

① 2つの連続する奇数の和は4の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕

② 連続する3つの偶数の和が6の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕

③ 連続する3つの自然数の和が3の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕

④ 5つの続いた整数の和は5の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕

① 2つの連続する奇数の和は4の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕 n を整数とする。

2つの連続する奇数は $2n+1$, _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は4の倍数である。

よって、2つの連続する奇数の和は4の倍数になる。

② 連続する3つの偶数の和が6の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕 n を整数とする。

連続する3つの偶数は $2n$, _____ , _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は6の倍数である。

よって、連続する3つの偶数の和が6の倍数になる。

③ 連続する3つの自然数の和が3の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕 n を整数とする。

連続する3つの自然数は n , _____ , _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は3の倍数である。

よって、連続する3つの自然数の和が3の倍数になる。

④ 5つの続いた整数の和は5の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕 n を整数とする。

5つ続いた整数は n , _____ , _____ , _____ , _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は5の倍数である。

よって、5つの続いた整数の和は5の倍数になる。

⑤ 偶数と奇数の和は奇数になることを説明せよ。

〔説明〕

⑥ 2つの奇数の和は偶数になることを説明しなさい。

〔説明〕

⑦ 2つの5の倍数の和が5の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕

⑧ 7の倍数と7の倍数の和は7の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕

⑤ 偶数と奇数の和は奇数になることを説明せよ。

連続していない場合は文字を2種類

〔説明〕 n, m を整数とする。

偶数は $2n$, 奇数は _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) + \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は奇数である。

よって、偶数と奇数の和は奇数になる。

⑥ 2つの奇数の和は偶数になることを説明しなさい。

連続していない場合は文字を2種類

〔説明〕 n, m を整数とする。

ひとつの奇数は $2n+1$, もう一方の奇数は _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は偶数である。

よって、2つの奇数の和は偶数になる。

⑦ 2つの5の倍数の和が5の倍数になることを証明しなさい。

連続していない場合は文字を2種類

〔説明〕 n, m を整数とする。

ひとつの5の倍数は $5n$, もう一方の5の倍数は _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は5の倍数である。

よって、2つの5の倍数の和が5の倍数になる。

⑧ 7の倍数と7の倍数の和は7の倍数になることを説明しなさい。

連続していない場合は文字を2種類

〔説明〕 n, m を整数とする。

ひとつの7の倍数は $7n$, もう一方の7の倍数は _____ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は7の倍数である。

よって、7の倍数と7の倍数の和は7の倍数になる。

⑨ 9で割ると6余る数は、3の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕

⑩ 7で割ると3余る数と、7で割ると4余る数との和は7の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕

⑪ 10で割ると3余る数と5で割ると2余る数の和が5の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕

⑫ 5で割ったときの余りが等しい2つの自然数の差は5の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕

⑨ 9で割ると6余る数は、3の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕 n を整数とする。

9で割ると6余る数は、 $9n+6$ と表される。

$$9n+6 = 3(\underline{\hspace{2cm}})$$

$\underline{\hspace{2cm}}$ は整数だから、 $\underline{\hspace{2cm}}$ は3の倍数である。

よって、9で割ると6余る数は、3の倍数になる。

⑩ 7で割ると3余る数と、7で割ると4余る数との和は7の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕 n, m を整数とする。

7で割ると3余る数は $\underline{\hspace{2cm}}$, 7で割ると4余る数は $\underline{\hspace{2cm}}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

$\underline{\hspace{2cm}}$ は整数だから、 $\underline{\hspace{2cm}}$ は7の倍数である。

よって、7で割ると3余る数と、7で割ると4余る数との和は7の倍数になる。

⑪ 10で割ると3余る数と5で割ると2余る数の和が5の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕 n, m を整数とする。

10で割ると3余る数は $\underline{\hspace{2cm}}$, 5で割ると2余る数は $\underline{\hspace{2cm}}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

$\underline{\hspace{2cm}}$ は整数だから、 $\underline{\hspace{2cm}}$ は5の倍数である。

よって、10で割ると3余る数と5で割ると2余る数の和が5の倍数になる。

⑫ 5で割ったときの余りが等しい2つの自然数の差は5の倍数になることを説明しなさい。

〔説明〕 n, m, a を整数とする。($n > m$ とする)

5で割ったとき余りが等しい2つの自然数は $5n+a$, $\underline{\hspace{2cm}}$ と表される。

それらの差は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \end{aligned}$$

$\underline{\hspace{2cm}}$ は整数だから、 $\underline{\hspace{2cm}}$ は5の倍数である。

よって、5で割ったときの余りが等しい2つの自然数の差は5の倍数になる。

⑬ 2けたの自然数Aがある。この自然数の一の位と十の位の数を入れ替えた数をBとする。AとBの差が9の倍数になることを式で説明せよ。

〔説明〕

⑭ 2けたの自然数の十の位と一の位を入れかえた数ともとの数の和が11の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕

⑮ 3けたの自然数で各位の数の和が3の倍数なら、この3けたの自然数も3の倍数となることを説明せよ。

〔説明〕

⑯ 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数を入れ替えた自然数を5倍した数と、もとの自然数との和をPとする。Pが3の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕

- ⑬ 2けたの自然数Aがある。この自然数の一の位と十の位の数を入れ替えた数をBとする。AとBの差が9の倍数になることを式で説明せよ。

〔説明〕 x, y を整数とする。

2けたの自然数Aは $10x+y$, 入れ替えた数Bは _____ と表される。

AとBの差は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は9の倍数である。

よって、AとBの差は9の倍数になる。

- ⑭ 2けたの自然数の十の位と一の位を入れかえた数ともとの数の和が11の倍数になることを証明しなさい。

〔説明〕 x, y を整数とする。

2けたの自然数は _____ , 入れ替えた自然数は _____ と表される。

これらの和は

$$\begin{aligned} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は11の倍数である。

よって、2けたの自然数の十の位と一の位を入れかえた数ともとの数の和が11の倍数になる。

- ⑮ 3けたの自然数で各位の数の和が3の倍数なら、この3けたの自然数も3の倍数となることを説明せよ。

〔説明〕 x, y, z, n を整数とする。

3けたの自然数は $100x+10y+z$ となる。このとき各位の数の和は _____ と表される。

$x+y+z$ は3の倍数なので、 $x+y+z=$ _____ と表される。

3けたの自然数を変形させる

$$\begin{aligned} \underline{100x+10y+z} &= \underline{99x+9y} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{99x+9y} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は3の倍数である。

よって、3けたの自然数で各位の数の和が3の倍数なら、この3けたの自然数も3の倍数となる。

- ⑯ 2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数を入れ替えた自然数を5倍した数と、もとの自然数との和をPとする。Pが3の倍数になることを説明せよ。

〔説明〕 x, y を整数とする。

2けたの自然数は _____ , 入れ替えた自然数は _____ と表される。

入れ替えた自然数を5倍した数ともとの自然数との和Pは

$$\begin{aligned} P = \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \times 5 + \underline{\hspace{2cm}} &= \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \left(\underline{\hspace{2cm}} \right) \end{aligned}$$

_____ は整数だから、_____ は3の倍数である。

よって、Pは3の倍数になる。

①

nを整数とする。

2つの連続する奇数は $\underline{2n+1}$, $\underline{2n+3}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{2n+1} + \underline{2n+3} &= \underline{4n+4} \\ &= \underline{4(n+1)}\end{aligned}$$

$\underline{n+1}$ は整数だから、 $\underline{4(n+1)}$ は4の倍数である。

よって、2つの連続する奇数の和は4の倍数になる。

⑤

n, mを整数とする。

偶数は $\underline{2n}$, 奇数は $\underline{2m+1}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{2n} + \underline{2m+1} &= \underline{2n+2m+1} \\ &= \underline{2(n+m)+1}\end{aligned}$$

$\underline{n+m}$ は整数だから、 $\underline{2(n+m)+1}$ は奇数である。

よって、偶数と奇数の和は奇数になる。

②

nを整数とする。

連続する3つの偶数は $\underline{2n}$, $\underline{2n+2}$, $\underline{2n+4}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{2n} + \underline{2n+2} + \underline{2n+4} &= \underline{6n+6} \\ &= \underline{6(n+1)}\end{aligned}$$

$\underline{n+1}$ は整数だから、 $\underline{6(n+1)}$ は6の倍数である。

よって、連続する3つの偶数の和が6の倍数になる。

⑥

n, mを整数とする。

ひとつの奇数は $\underline{2n+1}$, もう一方の奇数は $\underline{2m+1}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{2n+1} + \underline{2m+1} &= \underline{2n+2m+2} \\ &= \underline{2(n+m+1)}\end{aligned}$$

$\underline{n+m+1}$ は整数だから、 $\underline{2(n+m+1)}$ は偶数である。

よって、2つの奇数の和は偶数になる。

③

nを整数とする。

連続する3つの自然数は \underline{n} , $\underline{n+1}$, $\underline{n+2}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{n} + \underline{n+1} + \underline{n+2} &= \underline{3n+3} \\ &= \underline{3(n+1)}\end{aligned}$$

$\underline{n+1}$ は整数だから、 $\underline{3(n+1)}$ は3の倍数である。

よって、連続する3つの自然数の和が3の倍数になる。

⑦

n, mを整数とする。

ひとつの5の倍数は $\underline{5n}$, もう一方の5の倍数は $\underline{5m}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{5n} + \underline{5m} &= \underline{5n+5m} \\ &= \underline{5(n+m)}\end{aligned}$$

$\underline{n+m}$ は整数だから、 $\underline{5(n+m)}$ は5の倍数である。

よって、2つの5の倍数の和が5の倍数になる。

④

nを整数とする。

5つ続いた整数は \underline{n} , $\underline{n+1}$, $\underline{n+2}$, $\underline{n+3}$, $\underline{n+4}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{n} + \underline{n+1} + \underline{n+2} + \underline{n+3} + \underline{n+4} &= \underline{5n+10} \\ &= \underline{5(n+2)}\end{aligned}$$

$\underline{n+2}$ は整数だから、 $\underline{5(n+2)}$ は5の倍数である。

よって、5つの続いた整数の和は5の倍数になる。

⑧

n, mを整数とする。

ひとつの7の倍数は $\underline{7n}$, もう一方の7の倍数は $\underline{7m}$ と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned}\underline{7n} + \underline{7m} &= \underline{7n+7m} \\ &= \underline{7(n+m)}\end{aligned}$$

$\underline{n+m}$ は整数だから、 $\underline{7(n+m)}$ は7の倍数である。

よって、7の倍数と7の倍数の和は7の倍数になる。

⑨

n を整数とする。

9で割ると6余る数は、9n+6 と表される。

$$9n+6 = 3(3n+2)$$

3n+2 は整数だから、3(3n+2) は3の倍数である。

よって、9で割ると6余る数は、3の倍数になる。

⑩

x, y を整数とする。(x > y)

2けたの自然数Aは 10x+y , 入れ替えた数Bは 10y+x と表される。

AとBの差は

$$\begin{aligned} \underline{10x+y} - \underline{(10y+x)} &= \underline{9x-9y} \\ &= \underline{9(x-y)} \end{aligned}$$

x-y は整数だから、9(x-y) は9の倍数である。

よって、AとBの差は9の倍数になる。

⑪

n, mを整数とする。

7で割ると3余る数は 7n+3, 7で割ると4余る数は 7m+4 と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{7n+3} + \underline{7m+4} &= \underline{7n+7m+7} \\ &= \underline{7(n+m+1)} \end{aligned}$$

n+m+1 は整数だから、7(n+m+1) は7の倍数である。

よって、7で割ると3余る数と、7で割ると4余る数との和は7の倍数になる。

⑫

x, y を整数とする。

2けたの自然数は 10x+y , 入れ替えた自然数は 10y+x と表される。

これらの和は

$$\begin{aligned} \underline{10x+y} + \underline{10y+x} &= \underline{11x+11y} \\ &= \underline{11(x+y)} \end{aligned}$$

x+y は整数だから、11(x+y) は11の倍数である。

よって、2けたの自然数の十の位と一の位を入れかえた数と
もとの数の和が11の倍数になる。

⑬

n, mを整数とする。

10で割ると3余る数は 10n+3, 5で割ると2余る数は 5m+2 と表される。

それらの和は

$$\begin{aligned} \underline{10n+3} + \underline{5m+2} &= \underline{10n+5m+5} \\ &= \underline{5(2n+m+1)} \end{aligned}$$

2n+m+1 は整数だから、5(2n+m+1) は5の倍数である。

よって、10で割ると3余る数と5で割ると2余る数の和が5の倍数になる。

⑭

x, y, z, n を整数とする。

3けたの自然数は 100x+10y+z となる。

このとき各位の数の和は x+y+z と表される。

x+y+z は3の倍数なので、x+y+z = 3n と表される。

3けたの自然数を変形させる

$$\begin{aligned} \underline{100x+10y+z} &= \underline{99x+9y} + \underline{x+y+z} \\ &= \underline{99x+9y} + \underline{3n} \\ &= \underline{3(33x+3y+n)} \end{aligned}$$

33x+3y+n は整数だから、3(33x+3y+n) は3の倍数である。

よって、3けたの自然数で各位の数の和が3の倍数なら、
この3けたの自然数も3の倍数となる。

⑮

n, m, aを整数とする。(n > m とする)

5で割ったとき余りが等しい2つの自然数は 5n+a, 5m+a と表される。

それらの差は

$$\begin{aligned} \underline{5n+a} - \underline{(5m+a)} &= \underline{5n-5m} \\ &= \underline{5(n-m)} \end{aligned}$$

n-m は整数だから、5(n-m) は5の倍数である。

よって、5で割ったときの余りが等しい2つの自然数の差は5の倍数になる。

⑯

x, y を整数とする。

2けたの自然数は 10x+y, 入れ替えた自然数は 10y+x と表される。

入れ替えた自然数を5倍した数ともとの自然数との和Pは

$$\begin{aligned} P = \underline{(10y+x)} \times 5 + \underline{10x+y} &= \underline{15x+51y} \\ &= \underline{3(5x+17y)} \end{aligned}$$

5x+17y は整数だから、3(5x+17y) は3の倍数である。

よって、Pは3の倍数になる。